

**Electromagnétisme de la matière**

Examen terminal

(durée 2h)

**I. Question de cours : pertes magnétiques dans un milieu ferromagnétique de forme torique (4 pts)**

Représenter le schéma d'un dispositif expérimental basé sur des enroulements de fils conducteurs sur une bobine torique, permettant d'accéder au graphe aimantation-excitation magnétique  $\mathbf{M}(\mathbf{H})$ . Définir le phénomène d'hystérésis magnétique dans un matériau ferromagnétique. Qu'est-ce qu'une paroi de Bloch ? Montrer que la perte d'énergie par cycle peut être mesurée en utilisant le dispositif précédent.

**II. Permittivité diélectrique d'un matériau l.h.i. (6pts)**

A) Les données expérimentales concernant la partie réelle  $\epsilon'_r$  de la permittivité diélectrique relative d'un matériau A, linéaire, homogène et isotrope (l.h.i.), sont :

- pour le domaine de pulsations  $\{0 < \omega < 10^{12} \text{ rad/s}\}$  :  $\epsilon'_r = 16$ .
- pour le domaine de pulsations  $\{10^{13} < \omega < 10^{15} \text{ rad/s}\}$  :  $\epsilon'_r = 9$ .

1. Donner l'allure du graphe de  $\epsilon'_r(\omega)$  sur tout le spectre et indiquer l'origine physique la plus probable des mécanismes de polarisation de la matière mis en jeu dans ce diélectrique.

2. Donner la valeur numérique de l'indice de réfraction dans le domaine optique (lumière visible).

B) Les données expérimentales concernant la partie réelle  $\epsilon'_r$  de la permittivité diélectrique relative d'un matériau B (l.h.i.), sont :

- pour le domaine de pulsations  $\{0 < \omega < 10^7 \text{ rad/s}\}$  :  $\epsilon'_r = 25$ .
- pour le domaine de pulsations  $\{10^{10} < \omega < 10^{12} \text{ rad/s}\}$  :  $\epsilon'_r = 12$ .
- pour le domaine de pulsations  $\{10^{13} < \omega < 10^{15} \text{ rad/s}\}$  :  $\epsilon'_r = 7$ .

3. A quel(s) mécanisme(s) microscopique(s) est due la polarisation du matériau B dans le domaine  $\{0 < \omega < 10^7 \text{ rad/s}\}$  ?

4. Un condensateur plan est composé d'une couche de matériau A d'épaisseur  $e = 1 \mu\text{m}$ , insérée entre deux armatures planes métalliques. Quelle est la capacité (en  $\text{F/m}^2$ ) de ce condensateur à la fréquence  $f = 1 \text{ MHz}$ . On donne  $\epsilon_0 = 1 / (36\pi 10^9)$ .

5. Un condensateur plan est composé de deux couches à faces parallèles, superposées, constituées respectivement de matériaux A pour l'une et B pour l'autre, et globalement insérées entre deux électrodes métalliques. L'épaisseur de chaque couche est  $e = 1 \mu\text{m}$ . Quelle est la capacité (en  $\text{F/m}^2$ ) de ce condensateur à la fréquence  $f = 1 \text{ MHz}$ .

6. Quelle est la valeur de la permittivité diélectrique relative d'un matériau pour  $\omega = 10^{18} \text{ rad/s}$ . Justifier.

.../...

III. **Un cylindre uniformément aimanté selon son axe et infiniment long (10pts)**

**1- En régime statique.**

On veut montrer que le champ magnétique créé par la matière à l'intérieur d'un cylindre uniformément aimanté selon son axe et infiniment long peut s'exprimer en fonction du vecteur aimantation volumique  $\mathbf{M}$  et de la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0$ .

a) Justifier l'écriture du potentiel vecteur créé par la matière sous la forme :

$$\vec{A}_m = \mu_0 \vec{M} \wedge \frac{\epsilon_0 \vec{E}^*}{\rho_0}. \quad (1\text{pt})$$

b) Démontrer que le champ auxiliaire  $E^*$  en un point intérieur au cylindre est :

$\vec{E}_{in}^* = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} \rho \vec{e}_\rho$ . En déduire le résultat cherché pour  $\mathbf{B}$  en utilisant l'expression du rotationnel en coordonnées cylindriques donnée ci-dessous. **(3pts)**

$$\text{rot} \vec{V} = \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right) \vec{e}_\rho + \left( \frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\phi + \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho V_\phi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_\rho}{\partial \phi} \right) \vec{e}_z$$

**2- En régime sinusoïdal.**

On considère un cylindre de rayon  $R$  uniformément aimanté, constitué d'un matériau isolant, linéaire, homogène et isotrope, et dont la susceptibilité diélectrique est notée  $\chi_e$ . Aucun champ externe n'est appliqué. L'aimantation volumique est uniforme et donnée en notation complexe :

$\mathbf{M} = M_0 \exp(-i\omega t) \mathbf{e}_z$ , où  $M_0$  est réel.

On s'intéresse au champ électrique et à la polarisation induits par l'aimantation dépendante du temps. On utilisera les coordonnées cylindriques.

a) Donner l'expression du champ magnétique  $\mathbf{B}(t)$  créé par la matière à l'intérieur du cylindre en s'inspirant du résultat du paragraphe précédent. On donnera également  $\mathbf{B}(t)$  en notation réelle. **(1pt)**

b) Montrer par des considérations de symétrie que le champ électrique induit est orienté selon  $\mathbf{e}_\phi$ . **(1 pt)**

c) En utilisant la relation de Maxwell-Faraday, établir l'expression du champ électrique  $\mathbf{E}(t)$  induit à l'intérieur du cylindre en fonction de  $\mu_0$ ,  $M_0$ ,  $\rho$ ,  $\omega$  et  $t$ . On donnera également  $\mathbf{E}(t)$  en notation réelle. **(3pts)**

d) Donner l'expression de la polarisation volumique  $\mathbf{P}$  (et  $\mathbf{P}$ ) en régime lentement variable en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$ ,  $M_0$ ,  $\chi_e$ ,  $\omega$ ,  $t$ , et des coordonnées d'espace. **(1pt)**

On donne l'expression du rotationnel en coordonnées cylindriques :

$$\text{rot} \vec{V} = \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right) \vec{e}_\rho + \left( \frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\phi + \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho V_\phi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_\rho}{\partial \phi} \right) \vec{e}_z$$